

多模块构架式空间可展开天线背架的几何建模

田大可, 刘荣强, 邓宗全, 郭宏伟

(哈尔滨工业大学机器人技术与系统国家重点实验室, 150001, 哈尔滨)

摘要: 为了满足空间任务对大口径及超大口径可展开天线的要求,根据天线背架与天线工作表面的形状特点,对抛物面型天线工作表面进行了球面拟合,提出了模块分层次拓扑的概念,分析了模块分层次拓扑的性质,给出了拓扑关系下模块数量的计算公式.在对平面进行正六边形模块划分的基础上,得到了平面关键点与其在球面投影的坐标关系,并基于齐次坐标变换方法,建立了单平面模块、多平面模块的正向拓扑几何模型,多平面模块的斜向拓扑几何模型,以及由六棱柱模块组成的构架式空间可展开天线背架的几何模型.通过算例对所建模型的分析及验证表明:该模型可以满足模块任意数量、任意大小的变化要求,能够实现模块间的无缝连接,从而为天线的结构设计以及背架展开状态的精度测量提供了理论参考.

关键词: 可展开天线;背架;模块化设计;齐次坐标变换;分层次拓扑

中图分类号: V443.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2011)01-0111-06

Geometry Modeling of Truss Structure for Space Deployable Truss Antenna with Multi-Module

TIAN Dake, LIU Rongqiang, DENG Zongquan, GUO Hongwei

(State Key Laboratory for Robotics and System, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: To meet the requirements for large aperture and super large aperture deployable antennas in the space mission, according to the shape features between truss structure and mesh surface, the mesh surface with parabolic surface is fitted by spherical surface. The concept of hierarchical topology is proposed, and the properties of hierarchical topology are analyzed, then the formula for calculating the number of modules is given. On the basis of partitioning the regular hexagon modules in the plane, the coordinate relationship between any key point and its spherical projection is obtained. With the homogeneous coordinate transformation method, three geometry models of single plane module, multi-module positive topology and multi-module oblique topology are established. The geometry model of truss structure for space deployable truss antenna with hexagonal prism modules is constructed. The examples show that this model can meet the requirements for any number and any size module to realize the seamless connection of modules, which provides a theoretical reference for design and precision measurement of truss structure.

Keywords: deployable antenna; truss structure; modular design; homogeneous coordinate transformation; hierarchical topology

随着空间科学的发展,可展开天线在移动通信、地球观测和射电天文等领域发挥着越来越重要的作

用,许多国家都对可展开天线进行了较深入的研究,并提出了很多新的构型^[1].由六棱柱模块组成的构架式可展开天线由于刚度高、收纳率大、展开精度高等优点,因此成为一种新型的展开结构.然而,目前对该类型结构的研究并不深入且不成熟,天线的口径较小,模块的数量也较少.

在构架式可展开天线背架的建模与设计方面,陈向阳等人^[2]设计了一个切割抛物面天线,通过在平面上按正六边形划分网格,并将平面点投影至抛物面上,完成了对模块单元的设计.由于抛物面是由一个变曲率的抛物线旋转所得,因此该方法设计的模块杆件类型较多,对于进行更多模块的设计会变得较复杂. Nakamura 等人^[3]在发射的 ETS-Ⅷ工程试验卫星上采用了2架各由14个模块组成的构架式可展开天线. Natori 等人^[4]针对空间观测计划任务设计了7个模块的展开天线,它们利用球面去逼近抛物面从而实现了模块的设计,但具体的设计方法并未介绍. Tian 等人^[5]提出了一种等尺寸模块的天线建模方法,并对模块间的连接偏差进行了分析.此种设计方法对由数量较少的模块组成的天线较为有效,若模块数量增多则对连接偏差的调整比较困难.

本文在分析模块结构的基础上,用曲率不变的球面去拟合抛物面型天线表面,分析了模块的拓扑性质,讨论了模块的拓扑方式.基于齐次坐标变换方法,建立了一种由六棱柱模块组成的多模块构架式可展开天线背架的几何模型,并通过算例验证了模型的有效性.

1 天线结构及工作表面拟合

1.1 天线结构及模块关键点

构架式可展开天线由若干个模块组成(见图1),每个模块包括金属反射网和背架2个主要部分^[6].金属反射网呈抛物面形状,是天线的工作部分,而反射网形面精度的高低将直接影响天线工作的好坏.背架是模块的骨架,具有很高的刚度,起到支撑反射网的作用,展开后呈六棱柱状态,背架由从中心杆发散出的6个基本单元组成,基本单元具有可展性,并通过基本单元的展收实现模块的展开与收拢.

按关键点在空间的位置将每个模块分为上表面和下表面,上、下表面各有7个关键点,分别为1个中心点和6个轮廓点,如图2所示.

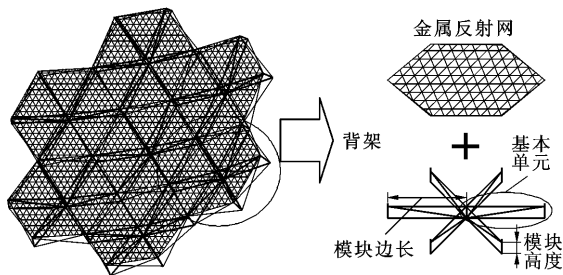
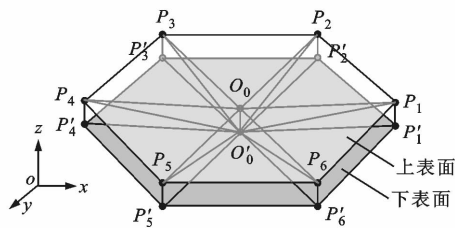


图1 构架式可展开天线及模块的结构



$P_1 \sim P_6$: 上表面轮廓点; $P'_1 \sim P'_6$: 下表面轮廓点;

O_0 : 上表面中心点; O'_0 : 下表面中心点

图2 模块的关键点

1.2 天线工作表面的拟合

由于模块间的结构尺寸差别较小,球面与抛物面形状相近,且球面具有单一的曲率,因此本文采用球面去逼近抛物面,同时保证模块展开后的关键点满足球面方程,球面与抛物面间的总体差异通过模块上的支撑杆来调节,细节差异则利用支撑杆间的拉索将金属反射网张紧成抛物面形状,这样天线的形面精度可以得到充分的保证^[6],使设计过程得到了简化.

天线工作表面是一个旋转曲面,天线具有对称性,可以将问题简化成对抛物线的圆弧拟合.由于构架式可展开天线为偏馈形式(见图3),天线的工作表面是从母抛物面上截取的一部分,因此只需对母抛物面母线 $\widehat{OQ_0}$ 中工作表面的这一段母线 $\widehat{Q_1Q_2}$ 进行拟合.

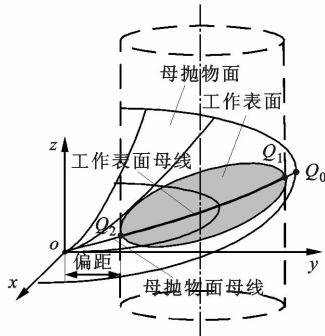


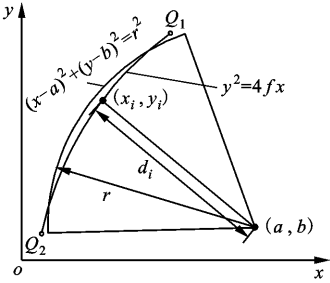
图3 偏馈天线示意图

在进行圆弧拟合时,最终要得到的是拟合圆弧的圆心坐标 (a, b) 及圆弧半径 r ,如图 4 所示. 设待拟合抛物线方程为 $y^2=4fx$, $Q_2\leq x\leq Q_1$,其离散点坐标为 $(x_i, y_i), i=1, 2, \cdots, n$. 拟合圆的标准方程为

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2 \tag{1}$$

设 $c=a^2+b^2-r^2$,将式(1)展开并整理得

$$x^2+y^2-2ax-2by+c=0 \tag{2}$$



d_i :离散点 i 到拟合圆弧中心的距离

图 4 抛物线的圆弧拟合

d_i 与 r 之差即为拟合误差,则离散点 i 对最小二乘圆弧的误差为

$$\delta_i = d_i - r =$$

$$(x_i^2+y_i^2-2ax_i-2by_i+r^2+c)^{1/2}-r \tag{3}$$

根据最小二乘法的计算原则,若使拟合误差的平方和为最小,则求多元函数极值的必要条件为

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^n \delta_i^2}{\partial a} = \frac{\partial \sum_{i=1}^n \delta_i^2}{\partial b} = \frac{\partial \sum_{i=1}^n \delta_i^2}{\partial c} = 0 \tag{4}$$

由此建立的非线性方程组求解比较困难,经过分析, d_i 和 r 很接近^[7],对误差进行等效代换,得到等效拟合误差的平方和为

$$\delta_1^2 = \sum_{i=1}^n (d_i^2 - r^2)^2 = \sum_{i=1}^n (x_i^2 + y_i^2 - 2ax_i - 2by_i + c)^2 \tag{5}$$

同理,再对 a, b, c 求偏导并整理得

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n 2x_i^2 & \sum_{i=1}^n 2x_i y_i & \sum_{i=1}^n 2x_i \\ \sum_{i=1}^n 2x_i y_i & \sum_{i=1}^n 2y_i^2 & \sum_{i=1}^n 2y_i \\ -\sum_{i=1}^n x_i & -\sum_{i=1}^n y_i & -n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n (x_i^2 + y_i^2) x_i \\ \sum_{i=1}^n (x_i^2 + y_i^2) y_i \\ \sum_{i=1}^n (x_i^2 + y_i^2) \end{bmatrix}^T \tag{6}$$

以步长为 1 在待拟合的曲线上取所有的离散点,通过式(6)即可求出 a, b, c 的值,这样就可以求得 (a, b) 和 r . 最后,根据对称性可以求得拟合球的球面方程.

2 模块的拓扑性质

为建立背架的空间几何模型,分析模块在平面上的拓扑性质,在平面上划分若干个正六边形模块,并引入“分层次拓扑”的定义,把最里面的模块定义为第 1 层,将第 1 层模块包围起来的若干个模块定义为第 2 层,将第 2 层模块包围起来的若干个模块定义为第 3 层,并依此类推. 如图 5 所示,将各层次组合即可构成一个完整封闭的几何图形.

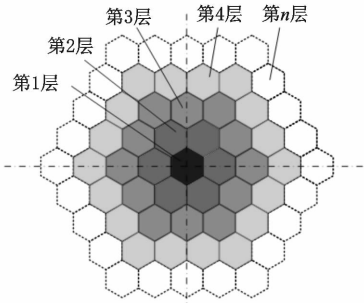


图 5 分层次拓扑示意图

分层次拓扑的性质可理解为沿径向拓扑、沿周向阵列,同时模块的增长是按层次有规律的增加. 为进一步分析模块的拓扑性质,给出第 2 层至第 5 层的拓扑图(见图 6),但第 1 层为单个模块,不具有拓扑性. 在每一个层次上,模块的拓扑又可以分为正

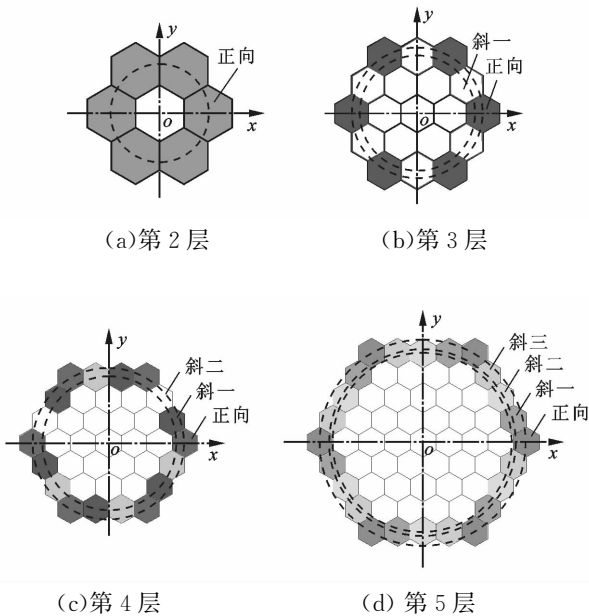


图 6 第 2 层至第 5 层模块的拓扑图

向拓扑和斜向拓扑. 正向拓扑指模块沿 x 轴的正方向增长, 如图中各层次标“正向”的模块, 通过它可以得到该层次上的其他 5 个模块, 这 6 个模块间任意 2 个相邻模块的夹角均相等. 斜向拓扑指从第 3 层起模块沿与 x 轴的正方向成一定角度的方向增长, 如图中各层次的斜一、斜二、斜三同样通过它可以得到与它相关的其他 5 个模块. 随着拓扑层次的增加, 斜向拓扑模块的种类也逐渐递增, 并且每个种类模块的中心到坐标原点的距离都相等.

为便于统计模块层数与模块数量的关系, 给出模块数量的计算式如下

$$S = 1 + 6 \sum_{i=0}^{N-1} i, \quad N \geq 1 \quad (7)$$

式中: S 代表模块的数量; N 代表模块的层数.

综上所述, 建模时首先要建立单平面模块的几何模型, 然后再按照正向拓扑和斜向拓扑的方式建立多平面模块的几何模型, 最后得到总的天线背架的几何模型.

3 单平面模块的建模

3.1 球面投影关系的建立

背架的上、下表面分别在各自的球面内, 2 个球面为同心球, 只是半径长度不等, 半径差为模块的高度. 因此, 只有先建立模块上表面关键点的几何模型, 才能求得下表面关键点的模型. 本文以上表面为例来阐述如何建立背架的几何模型, 模块的尺寸与数量可以由天线增益等参数确定. 在平面上按正六边形划分若干个模块, 将平面内的关键点正向投影至球面上, 如图 7 所示. 根据投影后各关键点之间的关系, 便可求得每个模块的尺寸参数, 从而确定天线的结构尺寸.

建立天线展开后的空间几何模型, 需要先建立平面与空间的投影关系. 由于天线的空间几何模型是由若干个从平面至球面投影得到的, 而且这些点之间具有相同的投影关系, 因此以任意一点为对象建立关系. 假设平面上点 K 的坐标为 $(x, y, 0)$, 球面半径为

$$x^2 + y^2 + (z - R)^2 = R^2$$

$$-R \leq x \leq R, -R \leq y \leq R, 0 \leq z \leq R \quad (8)$$

点 K 投影至球面后的 z 向坐标为

$$z = R - (R^2 - x^2 - y^2)^{1/2} \quad (9)$$

3.2 单平面模块的建模

在正六边形中心建立的坐标系如图 8 所示. 图中的 x 轴与边 P_1P_6 垂直, 由模块内部指向外部. y

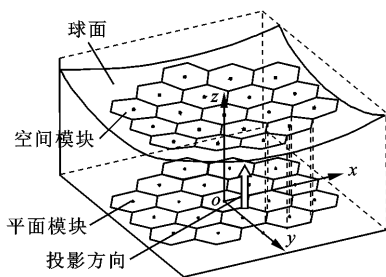


图7 平面模块与空间模块的投影关系

轴通过 P_2 指向外侧 z 轴与 x 、 y 轴构成右手系, 设逆时针方向为正.

设模块的边长为 l , 根据几何关系, P_1 的齐次坐标^[8]为

$$\mathbf{A}_1 = [l \cos 30^\circ \quad l \sin 30^\circ \quad 0 \quad 1]^T \quad (10)$$

l : 模块的边长; ϕ_n : P_1 与其他各点的夹角

图8 单平面模块模型

则模块中任意一点的齐次坐标为

$$\mathbf{A}_{n+1} = \mathbf{R}(z, \phi_n) \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} \frac{(3)^{1/2}}{2} l \cos \phi_n - \frac{1}{2} l \sin \phi_n \\ \frac{(3)^{1/2}}{2} l \sin \phi_n + \frac{1}{2} l \cos \phi_n \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\phi_n = \frac{n\pi}{3}, \quad n = 0, 1, \dots, 5 \quad (11)$$

式中: $\mathbf{R}(z, \phi_n)$ 为各点绕 z 轴的旋转变换矩阵.

4 多平面模块及天线背架的建模

4.1 正向拓扑模块的建模

从第 2 层开始, 正向模块沿 x 轴的正方向以 $3^{1/2}l$ 的长度逐层增加, 因此正向拓扑的变换矩阵为

$$\mathbf{T}_{q+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q3^{1/2}l \cos \phi_i \\ 0 & 1 & 0 & q3^{1/2}l \sin \phi_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad q = 1, 2, \dots, +\infty \quad (12)$$

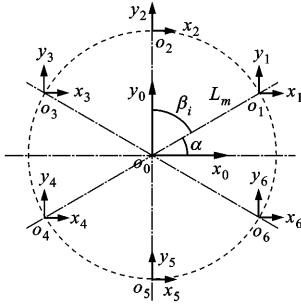
式中: q 为拓扑的层次, $q=1$ 时为第 2 层, $q=2$ 时为第 3 层, 依次类推; ϕ_i 为同一层次上 x 轴上的模块与其他 5 个模块的夹角, $\phi_i = \frac{i\pi}{3}, i=0, 1, \dots, 5$.

每个模块各关键点的坐标表达式仍为式(11), 正向拓扑的几何模型为

$$\mathbf{A}'_{n+1} = \mathbf{T}_{q+1} \mathbf{R}(z, \phi_n) \mathbf{A}_1 \quad (13)$$

4.2 斜向拓扑模块的建模

斜向拓扑模块从第 3 层开始出现,因此从第 3 层开始分析,建立的任意斜向类型模块的模型如图 9 所示。在第 1 层模块的中心建立总体坐标系 $\sigma_0 = [o_0; x_0, y_0]$,在任意斜向类型的 6 个模块的中心建立坐标系 $\sigma_k = [o_k; x_k, y_k]$, $k=1, 2, \dots, 6$ 表示同一种斜向拓扑模块中各模块的序号。



α : $o_1 o_0$ 与 x_0 轴正向的夹角; β_i : 第 1 个模块与其他模块的夹角;

L_m : 当斜向拓扑模块的种类数为 m 时, o_1 与 o_0 之间的距离

图 9 斜向拓扑模块模型

4.2.1 变换矩阵的确定 建立斜向拓扑的模型,就是要得到各模块关键点在总体坐标系 σ_0 中的坐标值。因此,首先要建立各模块坐标系相对于 σ_0 的变换矩阵,再通过单平面模块的模型,就可以建立斜向拓扑的模型。

σ_1 到 σ_0 的变换矩阵

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_m \cos \alpha \\ 0 & 1 & 0 & L_m \sin \alpha \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

各模块坐标系相对于 σ_0 的变换矩阵为

$${}_{\sigma_k} T_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_m \cos(\beta_i + \alpha) \\ 0 & 1 & 0 & L_m \sin(\beta_i + \alpha) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, k = 1, 2, \dots, 6 \quad (15)$$

4.2.2 参数值的确定 在式(15)中, L_m 和 α 为 2 个未知参数,根据正六边形的性质及模块拓扑关系,可以得到

$$L_m = \left(\left(\frac{2q-m}{2} 3^{1/2} l \right)^2 + \left(\frac{3m}{2} l \right)^2 \right)^{1/2} \quad (16)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \left(\frac{3m}{2} l \right) / \left(\frac{2q-m}{2} 3^{1/2} l \right) = 3^{1/2} m / (2q - m)$$

$$q = 1, 2, \dots, +\infty; \quad m = 1, 2, \dots, q-1 \quad (17)$$

σ_1 至 σ_6 中模块的任意一点在 σ_0 中的坐标,即斜向拓扑的几何模型为

$$A''_{n+1} = {}_{\sigma_k} T_m R(z, \phi_n) A_1 \quad (18)$$

4.3 多平面模块和天线背架的几何模型

将正向拓扑模型与斜向拓扑模型相组合,可以得到多平面模块的几何模型

$$\left. \begin{aligned} A'_{n+1} &= T_{q+1} R(z, \phi_n) A_1 \\ A''_{n+1} &= {}_{\sigma_k} T_m R(z, \phi_n) A_1 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

将单平面模块和多平面模块的几何模型与球面投影关系联立,得到空间可展天线背架的几何模型

$$\left. \begin{aligned} A_{n+1} &= R(z, \phi_n) A_1 \\ A'_{n+1} &= T_{q+1} R(z, \phi_n) A_1 \\ A''_{n+1} &= {}_{\sigma_k} T_m R(z, \phi_n) A_1 \\ x^2 + y^2 + (z - R)^2 &= R^2 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

5 模型的验证

通过 2 个算例来验证模型的准确性:①对具有 61 个模块的 5 层背架的上表面进行建模;②对 7 个模块的背架进行建模,模型包括上表面和下表面,即完整的背架空间几何模型。

5.1 拓扑方式的验证

根据前文所述的拟合方法对图 10 所示的天线工作表面母线进行了拟合,拟合后得到拟合球的半径为 4 701 mm。通过计算得到平面正六边形模块的边长为 580 mm,然后分别建立了 5 层背架的上表面的正向拓扑模型和斜向拓扑模型,如图 11 所示。最后,在正向拓扑模型的基础上,建立斜向拓扑模型,得到了 5 层背架的上表面的总模型。通过分析,正向拓扑可以认为模块以第 1 层模块为中心成辐射状增长,随层次的增加,模块的种类数不变;斜向拓扑同样可以看做是辐射状增长,但模块的种类数则随层次增加。因此,2 种拓扑方式的模型能够很好地衔接,组合后可以保证模块间不存在连接偏差。

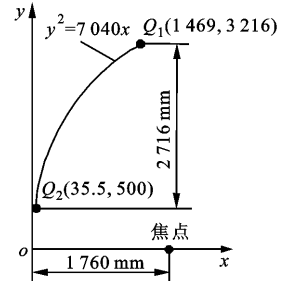


图 10 天线的几何参数

5.2 背架模型的建立

按照本文提出的模型对图 10 中拟合的天线背架进行建模,并设计了一个 7 个模块的天线。用圆将 7 个平面正六边形模块进行包络,根据几何关系,平面圆的半径 $r' = 7^{1/2} l$ 。模块上表面的各参数值为 $r = 1\,536$ mm, $l = 580$ mm, $R = 4\,701$ mm,投影后的杆长为 581 mm,模块高度为 145 mm。模块下表面的各参数值为 $r' = 1\,583$ mm, $l = 598$ mm, $R =$

4 846 mm. 背架的空间几何模型如图 12 所示.

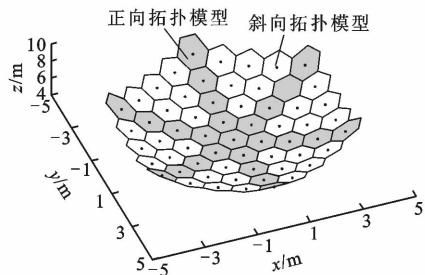


图 11 5 层模块的几何模型

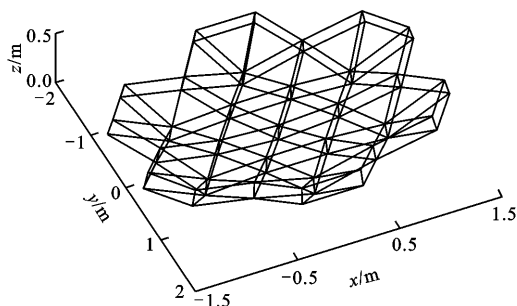


图 12 背架的空间几何模型

以上算例表明,通过不同拓扑方式的组合,该模型能较好地建立背架的空间几何模型,建模速度快、精度高,是一种切实可行的理论模型.

6 结 论

(1)本文针对空间任务对大口径天线的发展要求,建立了一种由六棱柱模块组成的多模块构架式可展开天线背架的几何模型.该模型可以满足模块的任意数量、任意大小的要求,并能实现模块间的无缝连接,为背架的结构设计提供了理论参考.

(2)通过对模块拓扑性质的分析,提出了分层次拓扑的概念,将拓扑方式分类为正向拓扑和斜向拓扑.由拓扑图发现,模块的增长方式沿径向增加,沿周向阵列,且随着拓扑层次的增加,斜向拓扑模块的种类也逐渐递增,并且每个种类模块的中心到坐标原点的距离都相等.

(3)算例①建立的总模块的几何模型说明该模型是由正向拓扑和斜向拓扑方式的组合,而且能很好地衔接,互不干扰.算例②分别建立了背架上、下表面的模型,从而建立了完整的背架的空间几何模型,并由 2 个算例验证了模型的正确性.

参考文献:

[1] TIBERT G. Deployable tensegrity structures for space applications [D]. Stockholm, Sweden: Royal Institute

of Technology, 2002.

- [2] 陈向阳. 六棱柱单元可展抛物面天线结构设计 [J]. 宇航学报, 2001, 22(1): 75-78.
- CHEN Xiangyang. A large deployable hexapod paraboloid antenna [J]. Journal of Astronautics, 2001, 22(1): 75-78.
- [3] NAKAMURA K, TSUTSUMI Y, UCHIMARU K, et al. Large deployable reflector on ETS-VIII [C] // 17th International Communications Satellite Systems Conference and Exhibit. Reston, VA, USA: AIAA, 1998: 1998-1229.
- [4] NATORI M C, HIRABAYASHI H, OKUIZUMI N, et al. A structure concept of high precision mesh antenna for space VLBI observation [C] // 43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Reston, VA, USA: AIAA, 2002: 1-8.
- [5] TIAN D K, LIU R Q, DENG Z Q. Spatial geometry modeling of truss structure and analysis of connection deviation for deployable truss antenna [C] // Proceedings of International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation. Piscataway, NJ, USA: IEEE Computer Society, 2010: 427-432.
- [6] MEGURO A, ISHIKAWA H, TSUJIHATA A. Study on ground verification for large deployable modular structures [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2006, 43(4): 780-787.
- [7] 乐英, 韩庆瑶, 王璋奇. 数控加工中非圆曲线的最小二乘圆弧逼近 [J]. 华北电力大学学报, 2006, 33(6): 102-104.
- YUE Ying, HAN Qingyao, WANG Zhangqi. Least squares approximation for non-circular curve in NC machining [J]. Journal of North China Electric Power University, 2006, 33(6): 102-104.
- [8] 蔡自兴. 机器人学 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2000: 29-43.

[本刊相关文献链接]

- 利用离去角度的无线传感器网络分布式节点定位方法. 西安交通大学学报, 2010, 44(2): 61-66.
- 频率选择性衰落信道中的时间反驻正交空时分组码设计. 西安交通大学学报, 2009, 43(8): 53-58.
- 快速四阶累积量旋转不变子空间算法. 西安交通大学学报, 2009, 43(6): 88-92.
- 垂直分层多载波系统的直接解码. 西安交通大学学报, 2007, 41(4): 501-503.
- 分布式多天线下行链路的空分复用性能分析. 西安交通大学学报, 2007, 41(2): 185-189.

(编辑 管咏梅)